

MEMORANDUM O ŠKOLE A MATEMATICE

Petr Vopěnka

emeritní profesor matematiky na Univerzitě Karlově

Praha, jaro 2013

Chybný směr české pedagogiky

Zavedení tzv. jednotné školy v roce 1948 bylo jen vnějším, do jisté míry i nepodstatným projevem hlubšího osudového zlomu směru české pedagogiky.

Předválečná středoevropská pedagogika vedená pedagogikou německou, byla zaměřena na střední a horní vrstvu mládeže, co se intelektu týče. Tak tomu bylo i u nás do r. 1948. Tehdy se ale poměrně rychle prosadil směr zaměřený na střední a dolní vrstvu. Tak je tomu u nás dodnes a tento směr se pozvolna prosazuje v celé Evropě.

Pedagogika táhnoucí střední vrstvu nahoru tak byla nahrazena pedagogikou strhující střední vrstvu dolů.

Je pravda, že předválečné středoevropské školství bylo tvrdé a někdy až nespravedlivě kruté. Avšak na druhé straně byla tehdejší střední Evropa nejvzdělanější částí světa. Byli to odchovanci tehdejších evropských škol německého typu, kteří povznesli Ameriku na její dnešní výši.

Když jsem se po volbách v r. 1990 stal ministrem školství, měl jsem v úmyslu napravit změnu směru naší pedagogiky, k níž došlo v r. 1948. Naprosté nepochopení mých záměrů ze strany tehdejších profesionálních pedagogů a psychologů, veřejná vystupování různých amatérů, a v neposlední řadě množství falešnou láskou k dětem se vzrušujících pseudohumanistů, mi zabránilo tuto změnu prosadit.

Pseudohumanisté nemilují děti a lidi, ale svou okázalou lásku k nim. Tito pseudohumanisté a svým způsobem i opravdoví humanisté představují největší nebezpečí pro evropskou civilizaci. Na začátku 30. let minulého století nebylo většího humanisty nad Einsteina, který dokonce naléhal na Masaryka, aby Československo zrušilo trest za odpírání vojenské služby. Ten pak za několik let později byl nucen doporučit americkému prezidentovi výrobu atomové bomby.

Nicméně alespoň jedno z mnoha opatření, která jsem měl tehdy připravena, by mohlo být uskutečněno i dnes. Jde o tzv. vysvědčení gramotnosti, která by na konci čtvrté třídy rozdávala nejspíše Česká školní inspekce na základě doporučení třídní učitelky. Tedy státní potvrzení, že žák dovede číst, psát a počítat. Toto vysvědčení by bylo nutnou a postačující podmínkou pro vstup do druhého stupně základní školy. Nešlo by tedy o žádnou zkoušku, která by děti stresovala; žáci by ani nevěděli, že ji skládají.

Protože by šlo o opatření naprosto objektivní a vždy znovu ověřitelné, nemohlo by být posuzováno jako opatření diskriminující některé skupiny obyvatelstva. Kdo by nebyl schopen toto vysvědčení dostat ve čtvrté třídě, ten by se o to mohl pokusit v páté třídě a nakonec v nějaké doplňkové škole.

Díky směru, jímž se naše pedagogika ubírá, máme na vyučování zaostalých dětí řadu odborníků, kteří by právě na těchto doplňkových školách našli nejen široké uplatnění, ale i podněty k vědecké práci. Mnohé ze žáků těchto škol by právě oni byli schopni dovést až k vysvědčení gramotnosti.

Nechtějte na mě žádné další podrobnosti. Ty by měl umět, popřípadě musel umět, vypracovat během jednoho měsíce každý vyšší úředník na ministerstvu.

Jen samotné uplatnění tohoto opatření by automaticky zvýšilo úroveň druhých stupňů základních škol. Avšak nejen to, zvýšilo by to i úroveň vyučování na prvním stupni, učitelé by totiž věděli, že pro pomaleji se učící žáky mají k dispozici ještě pátou třídu a v krajním případě i několik tříd školy doplňkové. Náplň vyučování na prvním stupni základních škol by se mohla - a tudíž měla - přizpůsobit nové situaci. Tak například čísla (rozumí se přirozená), by neměla být vykládána jen jako počty nějakých věcí, ale též a vlastně především, jako samostatní jedinci abstrahovaní (to znamená odloučení) od svých jednotlivých výskytů. Počítat by se mělo s čísly. Stoletá zkušenost potvrzuje, že této abstrakce jsou schopny, byť nevědomě, již i velmi malé děti. I ony, přesněji ty inteligentnější, jsou schopny akceptovat tento nenápadný leč klíčový Pythagorův vklad do evropské kultury.

Na druhé straně z prvního stupně základních škol by se nemělo ztratit písemné provádění základních aritmetických operací, stejně jako počítání z paměti. Při sečítání z paměti například dvou trojčíferných čísel jde totiž o obtížně nahraditelný výcvik krátkého vysoce intenzivního soustředění; při písemném dělení o racionální experimentování a odhadování.

Nejde o to naučit studenty ručně provádět úkony, které nesrovnatelně lépe než člověk provede stroj, ale vyhledávat vedlejší produkty dosavadních, leč již odsouvaných úkonů, zviditelňovat je a snažit se nahradit je na jiné k tomu účelu vhodné látce. Teprve potom si můžeme dovolit vyučování matematiky razantněji měnit.

Učitel by měl dětem říci, že toto počítání s indickými (dnes nazývanými arabskými) číslicemi vynalezl přibližně roku 600 po Kr. velký indický matematik Brahmagupta a na Univerzitě Karlově ho vyučoval kolem roku 1400 Křesťan z Prachatic. Hlavně by ale měl zdůraznit, že toto nesmírně užitečné počítání, které lidé neznali celá tisíciletí, může on dnes děti naučit za několik hodin. Měl by také říci, že takováto překvapivá obohacování lidského myšlení jsou příznačná právě pro matematiku, a že s podobnými překvapujícími zásahy do evropského myšlení se do maturity ještě několikrát setkají.

Na druhém stupni základních škol začínají myšlení žáků ovlivňovat dva nejvydatnější proudy matematiky.

Prvním z nich je matematika názoru, představovaná po dlouhá staletí především názorem geometrickým. U jeho zrodu stojí jeden z nejpozoruhodnějších objevů, jímž je objev geometrického světa v jeho naprosto čistotě a vyostřenosti, k němuž došlo v antice. K jeho uvedení poslouží následující výňatek z mé knihy Úhelný kámen evropské vzdělanosti a moci, která je ostatně celá věnována matematické geometrickému názoru.

Geometr má před sebou list papíru pokreslený čarami rozmanitých tvarů, rovnými i křivými, vzájemně propletenými a protínajícími se v různých bodech. Jeho zrak spočinul na obrázku, jeho pohled však pronikl skrze obrázek, ven z reálného světa do světa geometrického. Tak například za rovnou čarou uviděl geometrickou úsečku, uviděl ji v její úplné čistotě a spolu s ní uviděl dokonalou přímou. Od okamžiku tohoto prohlédnutí je pro něj navždy úsečka úsečkou geometrickou, a ne čarou narýsovanou podle pravítka.

Jde tedy o objev zvláštního ideálního světa, který je podložen pod světem reálným. Vědou v evropském smyslu je pak vědění a získávání poznatků o tomto ideálním světě, přičemž tyto poznatky jsou přenášeny do světa reálného. To se týká

veškeré evropské vědy, netoliko geometrie; různé vědy si pak podle vzoru geometrie vytvářejí obdobné ideální světy.

Přitom nejde jen o vědy přírodní, ale o evropské vědy vůbec. Například na lékařské fakultě nepřednášejí o konkrétním člověku, ale o člověku ideálním. Říkají-li, že má neštovice, pak ani neštovice nejsou reálné. Kdyby byly reálné, tak by se od něho všichni nakazili. Pitvají-li mrtvolu, pak – není-li to pitva soudní – nejde jim o toho člověka, ale o inspiraci k získávání poznatků o člověku ideálním, podobně jako když geometr prostřednictvím obrázku zkoumá zákonitosti ideálního geometrického světa. Zdá se, že právě v tom spočívá výlučnost evropské medicíny.

Objev geometrického světa však nejen inicioval základní přístup evropských věd k předmětům jejich studií, ale řadu významných vkladů do evropské vzdělanosti vnesla i samotná geometrie, to je věda o geometrickém světě. Z jejich nepřeborného množství je třeba připomenout především přizvání prostoru mezi předměty geometrického studia. Toto zpředmětnění nutností, v nichž je sevřen geometrický svět, a možností geometrické tvorby, nenalezlo obdobu v jiných vědách. Pouze fyzika si v době Newtonově vypůjčila prostor od geometrie, aby do něj vložila celý reálný svět. Právě tímto osudovým krokem novověké evropské vědy se prostor mohl stát místem pro apriorní syntetické soudy, a tedy i základním zdrojem Kantovy filosofie. O něj se opírá Kantova Kritika čistého rozumu, jemu podobné zdroje pak Kant hledal i v obou svých dalších slavných Kritikách.

Usilovné pěstování geometrie v antice a znovu pak v renesanci, kdy navíc byly systematicky zkoumány prostorové vztahy v souvislosti s architekturou a vůbec s uměleckou zřetelnou a hmatovou tvorbou, které vrcholilo v baroku a z důvodů již více prozaických pokračovalo v 19. století, vložilo do genů Evropanů – dá-li se to tak obrazně říci – jedinečnou schopnost geometrické představivosti. To ostatně může potvrdit každý, kdo se setkal se studenty z různých částí světa. Tuto schopnost však začínáme ztrácet, když po vzoru těch, pro něž není příznačná, omezujeme vyučování geometrie na školách.

K tomu je třeba ještě dodat, že názorná geometrie je dnes již posledním poutem, které naši civilizaci spojuje s antikou. Nesmíme jej přetrhnout.

Naskýtá se neodbytná otázka, zda na základních školách druhého stupně zůstanou i po eliminaci těch, kteří neumějí dobře číst, psát a počítat, takoví žáci, kteří nedovedou nahlédnout, že tečna se dotýká kružnice v jediném bodě. Jsou vůbec takoví?, kolik jich je?, co s nimi? Jde o ty, jichž se týká nápis na bráně Platonovy akademie - „Nikdo negeometrický nechť nevstupuje“.

Druhým neméně významným proudem matematiky, bez jehož využívání by se evropská vzdělanost nemohla vůbec rozvinout do nynější podoby, je ten, který jsem nazval matematikou kalkulací. Jde o metodu předpovídání prostřednictvím kalkulací se znaky, prováděnými podle určitých, vždy předem jasně stanovených pravidel. Přitom předpovídáním zde rozumím nejen predikce, ale též kodikce a retrodikce, tedy obecně mínění, které předchází před věděním. V těchto případech jde ovšem o předpovědi, které lze považovat za naprosté jistoty, neboli za věděním samo.

Tento proud matematiky vznikl v Indii, osvojili si ho Arabové, a do Evropy pronikl zásluhou arcibiskupa Raimunda (1125-1151) z Toleda, který zorganizoval překládání arabských spisů do latiny. Pro nás jsou v tuto chvíli důležité především dva traktáty, které napsal Al Chvarizmi, matematik působící v proslulém Domě věděním Bajt al Hikma v Bagdadu za kalifátu Al Mamuna (813-833). Názvy těchto traktátů: Kniha o

indickém počítání a kniha o krácení a převádění z jedné strany rovnice na druhou (velmi volně přeloženo), hovoří samy za sebe.

Kdybych byl učitelem na druhém stupni základní školy, tak bych sílu tohoto proudu matematiky předvedl žákům následujícím způsobem. Dával bych jim slovní úlohy, které vedou na lineární rovnice o několika neznámých, a které jsou tedy řešitelné jednoduchými, téměř bezmyšlenkovými kalkulacemi se znaky. To bych jim ale předvedl, až po jisté době.

Takto se o tom vyjádřil objevitel nejen aritmetického ale i algebraického kalkulu prve již zmiňovaný Brahmagupta.

Stejně jako v záři Slunce blednou všechny hvězdy, tak také učenec může v obecném shromáždění zastínit slávu jiných, když předloží – a tím více když vyřeší – matematické problémy.

Na třetím stupni, jmenovitě v posledních čtyřech třídách gymnázií, se inteligentním studentům již může otevřít evropská dimenze duševního života, jíž je abstraktní matematika. Po nezbytném výcviku se znaky, které jim poskytne algebra a v provádění konstrukcí a měření geometrických objektů, mohou již docenit řadu překvapivých objevů, s nimiž se setkají v hodinách matematiky.

Jde především o Descartovo spojení obou hlavních proudů staré matematiky, o zachycení do té doby prázdného prostoru souřadnicemi, o účelné imaginární doplnění algebraického kalkulu, a o řadu ne tak nápadných a dalekosáhlých, ale neméně pozoruhodných objevů týkajících se přirozených čísel.

V poslední třídě gymnázií lze tyto znalosti zúročit otevřením dalších obzorů duševního života, a sice porozuměním pro tzv. negativní výsledky. Například neřešitelnost trisekce úhlu, upozornit, že podobně avšak nesrovnatelně náročněji lze dokázat neexistenci kvadratury kruhu. Dále pak upozornit, nebo s vynikajícími studenty probrat Abelovu práci o neexistenci algebraického vzorce pro kořeny rovnic pátého stupně. Kromě toho lze pojednat o neeuclidovských geometriích. Dále se již asi na gymnáziích nedostaneme.

Uvedený výčet toho, co by z abstraktní matematiky měl pochopit každý vzdělaný Evropan, to znamená úspěšný maturant na hodnotném gymnáziu, není pochopitelně ani zdaleka úplný.

Co se týče matematiky a vzdělání, pak přinejmenším celý semestr by bylo možné přednášet o tom, že bez znalosti alespoň základních principů a poznatků, které matematici během několika tisíc let trvajících kulturního vývoje lidstva objevili a nasbírali, není vzdělání, jmenovitě v Evropě, vůbec myslitelné.

Není druhé lidské činnosti, která by tak důvěrně provázela duchovní dějiny lidstva, a v posledních pěti staletích především Evropy, jako pěstování a vytváření matematiky. V ní se odráží vývoj myšlení a naopak její vývoj rozvoj myšlení ovlivňuje. O Evropě se nezmiňuji zbytečně, neboť právě její kulturní a mocenská převaha nad ostatním světem má svůj nejhlubší základ v matematice. Ponechme stranou otázku, zda podmanění světa evropskou kulturou lze považovat za šťastnou událost.

Abstraktní matematika svou nesmírně razantní a přitom přísně racionální tvůrčí silou zaplňuje duševní dimenzi Evropanů. Objevy, které přináší, například i každý z těch prve uvedených, jsou významnější, než byl objev Ameriky.

Matematika není vědou v obvyklém smyslu slova, neboť nemá svůj vlastní předmět studia. Není vědou o živé nebo neživé přírodě, o vesmíru, o Zemi, o člověku, o lidské společnosti a podobně, jak je tomu v případě přírodních nebo společenských věd.

Na druhé straně matematika občas otevře nějaký další předmět studia spolu s vědou o něm, kterou nezřídka vybaví novými vhodnými nástroji a metodami zkoumání. Geometrie, aritmetika, teorie reálných (popřípadě komplexních) funkcí, teorie množin a podobně, mají různé – byť navzájem značně provázané – předměty studia a svým způsobem i různé metody zkoumání. Jsou to tedy různé vědy. O těchto vědách se říkává, že to jsou jednotlivé disciplíny vědy zvané matematika. Název vědy matematické je však výstižnější, neboť umožňuje rozlišovat mezi matematikou jako takovou a vědami z ní zrozených.

Matematika není souhrnem těchto matematických věd. Takovým výměrem bychom ji sevřeli do strnulého rámce poplatného určité době a připravili ji tak o historii prověřenou podstatnou stránku její povahy, a to o schopnost každý takový rámec kvalitativně i kvantitativně překračovat spolu s obtížně tlumeným nutkáním tuto schopnost uplatňovat.

Matematika není logika, neboť logicky uvažovat se každý naučí sám; z matematiky se toho sám od sebe nikdo moc nenaučí. Snad tisíc let by mi trvalo, kdybych měl sám vymyslet všechno to, co jsem se z matematiky naučil, a to by mě ještě čas od času musel někdo upozornit, co bych měl dál vymýšlet, neboť mě samotného by to nenapadlo. Přitom všechno to, co jsem se z matematiky naučil, je jen žalostně malá část toho, co matematika do dnešní doby vytvořila. Krátce řečeno, matematika vyžaduje nesrovnatelně vyšší intelektuální schopnosti než pouhé používání rozumu.

Matematika je do krajní přesvědčivosti vyvedené neustále se vyvíjející učení, do něhož ti více zasvěcení zasvěcují ty méně zasvěcené.

Naše současná pedagogická věda a praxe zaměřená na střední a dolní vrstvu mládeže co se intelektu týče, má zhoubný dopad na vzdělanost českého národa.

Porovnáme-li výsledky maturitních zkoušek z matematiky s prve uvedenými požadavky na střední školy, které by měly otevírat vstup do duševní dimenze Evropanů, a které splňovala předválečná gymnázia a reálky, a dosud splňují gymnázia v německy mluvících zemích, pak nezbyvá než konstatovat, že drtivá většina našich maturantů je duševně zanedbaná. Protože matematiku se nikdo sám nenaučí, pak pokud je vzdělání obyvatel v zájmu státu, leží i na něm zodpovědnost za výuku matematiky na školách. Naše jednosměrná pedagogika má ale žalostně málo poznatků o vzdělávání nadprůměrně inteligentních dětí. Následkem toho ani ti z těch nejnadanějších nebo dokonce geniálních se nestávají vzdělanci, ale nanejvýše geniálním fachidiotem. Jen ti z nich, jejichž rodiče mají doma knihovnu obsahující množství hodnotných spisů, se mohou stát opravdovými vzdělanci. Internet ke vzdělání nepomůže, ten dává odpovědi, ale neklade otázky. Nepomůže ani záslužná a chvályhodná činnost Jednoty českých matematiků; ta může být jen doplňkem školy, ale nahradit ji nemůže.

Po čtyřiceti pěti letech bylo snad ještě možné směr naší pedagogiky změnit; po šedesáti pěti letech si to nedovedu představit.

Něco se však přece jen udělat dá.

Za prvé. Žáky a studenty je třeba poučit, že skutečné vzdělání není obsaženo ve školních učebnicích, které navíc svým podbízeným provedením odvracejí

pozornost žáků k barevným obrázkům, ale v primárních pramenech. Studentům je třeba dát tyto knihy a sice komentované a nezbytně upravené.

Vědom si této povinnosti vůči naší mládeži inicioval jsem vydávání takovýchto matematických knih. Vstřícný postoj k tomu zaujala Filozofická fakulta Západočeské univerzity v Plzni. Z knih, které by měl mít každý student gymnázia, vyšly již následující:

- 1) Eukleidovy Základy (z nich knihy I až VI a XI až XII vyhovují uvedenému záměru),
- 2) Al Chvarizmí, Aritmetický a algebraický traktát,
- 3) René Descartes, Geometrie,
- 4) Niels Henrik Abel, O algebraických rovnicích,
- 5) Kniha o neeukleidovských geometriích je vydána jako pátá část mého spisu Úhelný kámen evropské vzdělanosti a moci.

Potom jsem ale narazil na ty, kteří vůbec netuší, o jak významné knihy jde. Ministerské úředníky ani nenapadlo tyto knihy propagovat na gymnáziích, natož je pro gymnázia zakoupit. Úředníci z grantové agentury odmítli nadále poskytovat podporu těmto knihám. Oni totiž podporují jen „základní výzkum“ a ne hodnotné překlady. Nevědí, že Diofantova kniha o číslech má pro vzdělanost větší význam než všechno to, co dosud financovali.

Za druhé. Protože není utěšenějšího povolání nad učení dětí, které se učit chtějí a není odpornějšího poslání než učení dětí, které se učit nechtějí, je třeba rázně zamezit řádění pseudohumanistů, kteří mají na svědomí neuvěřitelný pokles kázně na školách. Oni jsou též zodpovědní za to, že učitelé, kteří byli před válkou často mimořádnými vzdělanci, se nyní stali umravňovateli rozpustilých a nevychovaných dětí.

Zde je náprava snadná, pouze je třeba projevit vůli ji provést. Žák, který úmyslně znemožňuje učiteli práci, porušuje práva na vzdělání ostatních dětí, které je zaručeno **zásadou 7 Deklarace práv dítěte vyhlášené Valným shromážděním OSN z roku 1959**. Protože mu učitel nemůže dát pár facek, musí mít právo žáka vyloučit. Na třetím stupni škol to znamená vyloučit ho ze školy. Na druhém stupni poslat ho domů, uložit mu domácí práci a tvrdě ho každých čtrnáct dní před komisí zkoušet. V době, kdy nebude ve škole, případně zodpovědnost za něj rodičům.